Tentamen Talen en Automaten, 1 juli 2011

Tijdsduur 3 uur. Gesloten boek tentamen.

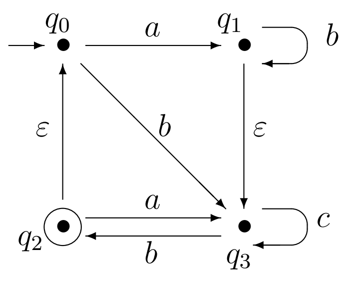
Voorzie alle in te leveren bladen van je naam, en nummer ze. Schrijf op het eerste blad het aantal ingeleverde bladen. Formuleer kort en zakelijk, scherp en zorgvuldig, met steekhoudende argumenten voor je beweringen. Werk netjes. Schrijf duidelijk leesbaar.

Je mag stellingen uit het diktaat gebruiken als je aantoont dat ze toepasbaar zijn.

Als het tentamen is nagekeken, kun je het inzien bij Wim H. Hesselink, Bernoulliborg, kamer 374.

Opgave 1 (10 %). Beschouw een taal L over het alfabet Σ. Vul voor de puntjes (. . .) één van de volgende types van talen in:
A: L is recursief
B: L is contextvrij
C: L is regulier
D: L is recursief opsombaar
E: L is contextgevoelig
(a) L wordt geaccepteerd door een stapelautomaat $\equiv$ . . .
(b) L wordt geaccepteerd door een deterministische eindige automaat $\equiv$ . . .
(c) L wordt geaccepteerd door een lineair begrensde automaat $\equiv$ . . .
(d) L wordt geaccepteerd door een Turingmachine $\equiv$ . . .
(e) L wordt geaccepteerd door een Turingmachine die altijd eindigt $\equiv$ . . .
(f) L wordt geaccepteerd door een NFAε $\equiv$ . . .

Opgave 2 (12 %). Beschouw de NFAε M over het alfabet $\Sigma = \{a, b, c\}$, gegeven door



Construeer volgens het standaardalgoritme de overgangstabel van de deterministische eindige automaat M_d equivalent met M. Hoeveel toestanden heeft M_d?

Z.O.Z.

Opgave 3 (16 %). (a) Formuleer het Pomplemma voor *reguliere* talen.
De taal L_3 over het alfabet $\{a, b\}$ wordt gegeven door de grammatica:

$$S \rightarrow a \mid b \mid bS \mid bSb \; .$$

(b) Bepaal de taal L_3 in verzamelingsnotatie.
(c) Bewijs dat de taal L_3 niet regulier is.

Opgave 4 (10 %). Beschouw nogmaals de taal L_3 uit de vorige opgave. Construeer een enkelvoudige stapelautomaat die de taal L_3 accepteert. Het is voldoende het toestandsdiagram te geven en duidelijk te maken waarom deze stapelautomaat de taal L_3 accepteert.

Opgave 5 (10 %). Gegeven is de grammatica G over $\Sigma = \{a, b, c, d\}$ volgens

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB \mid dAD \\ A &\rightarrow \varepsilon \mid aA \\ B &\rightarrow BC \mid bD \\ C &\rightarrow A \mid Cc \\ D &\rightarrow CA \mid Sd \; . \end{aligned}$$

(a) Bepaal volgens het standaardalgoritme de *nullables* van G.
(b) Bepaal volgens het standaardalgoritme een gelijkwaardige *essentially noncontracting* grammatica.

Opgave 6 (10 %). Construeer een tweebands Turingmachine met invoeralfabet $\{a, b, c\}$ die de taal $\{a^i b^k c^k \mid i > k > 0\}$ accepteert, en die op de eerste band de invoerstring ongewijzigd laat en daar alleen naar rechts gaat of stationair blijft.

Opgave 7 (4 %). Geef de definities van *recursieve* en *recursief opsombare* talen.

Opgave 8 (16 %). Zoals bekend is *TM0* de klasse van de deterministische eenbands Turingmachines over $Bit = \{0, 1\}$ met acceptatie door stoppen.
(a) Geef een *specificatie* van de universele Turingmachine *UTM*: beschrijf hoe een Turingmachine $M \in TM0$ in *Bit* gecodeerd wordt, beschrijf de taal $L(UTM)$, en leg in één of twee zinnen uit wat "*UTM* simuleert M" betekent (er wordt geen *implementatie* van *UTM* gevraagd).
(b) Is de taal $L(UTM)$ recursief? Geef een goede argumentatie.
(c) Is de taal $L(UTM)$ recursief opsombaar? Geef een goede argumentatie.

Opgave 9 (12 %). Gegeven zijn twee recursieve talen L_a en L_b over een alfabet Σ. Bewijs dat de concatenatie $L_a L_b$ recursief is. Gebruik hiertoe Turingmachines (je mag zelf het type kiezen) en beschrijf hoe je daarmee het gestelde bewijst.